**ĐS6. CHUYÊN ĐỀ 1- SỐ TỰ NHIÊN**

**CHỦ ĐỀ 4. DÃY SỐ VIẾT THEO QUY LUẬT: DÃY CỘNG VÀ CÁC DÃY KHÁC**

**PHẦN I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT**

- Dãy cộng là dãy số có mỗi số hạng ( kể từ số hạng thứ hai) đều lớn hơn số hạng liền trước nó cùng một số đơn vị.

- Dãy cộng là dãy số cách đều

- Một số phương pháp giải:

Phương pháp 1:

+ Tính số các số hạng trong tổng theo công thức :



+ Nhóm hai số hạng thành một cặp sao cho giá trị trong mỗi cặp bằng nhau. (Lưu ý có thể nhóm vừa hết các số hạng thành các cặp nếu số số hạng là số chẵn hoặc còn thừa một số hạng nếu số số hạng là số lẻ). Cách tính số hạng thứ n trong dãy là:



+ Tính tổng dựa vào giá trị của một cặp và số cặp vừa nhóm. Lưu ý khi tìm số cặp mà còn dư một số hạng thì khi tìm tổng ta phải cộng số hạng dư đó vào.

Phương pháp 2:

+ Dựa vào công thức:





Phương pháp 3:

+ Dựa vào bài toán Gau-xơ :

*Viết tổng  theo thứ tự ngược lại và tính  + . Từ đó tính được tổng .*

Phương pháp 4:

+ Phương pháp khử liên tiếp: Tách một số hạng thành một hiệu trong đó số trừ của hiệu trước bằng số bị trừ của hiệu sau: a1 = b1 – b2 , a2 = b2 – b3 , ..., an  = bn – bn+ 1 .

Khi đó ta có ngay An  = ( b1 – b2 ) + ( b2 – b3 ) + ...... + ( bn – bn + 1 ) = b1 – bn + 1

Phương pháp 5: Phương pháp dự đoán và quy nạp.

**PHẦN II.CÁC DẠNG BÀI**

**Dạng 1:Tính tổng các số hạng cách đều**

***I.Phương pháp giải***

Muốn tính tổng của một dãy số có quy luật cách đều chúng ta thường hướng dẫn học sinh tính theo các bước như sau:

*Bước 1: Tính số số hạng có trong dãy: *

*Bước 2: Tính tổng của dãy: *

*(quy tắc dân gian: dĩ đầu, cộng vĩ, chiết bán, nhân chi)*

*Với dãy số tăng dần ta có:*

**

**

*Ở các bài tập dưới đây, dãy cộng với số tự nhiên đa phần ta gặp đó là dãy tăng dần.*

**\*) Chú ý:** Tổng các số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến n là: **

***II.Bài toán***

**Bài 1:** Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số? Tính tổng của chúng.

***Lời giải:***

*Cách 1:*

Các số tự nhiên có hai chữ số là 

Số các số này là: ** (số)

Ta có: 



Cộng với  và áp dụng tính chất giao hoán và kết hợp của phép cộng ta được:



Nên 

*Cách 2:*

Số số hạng của dãy: (số hạng)

(*khoảng cách 2 số hạng liên tiếp của dãy là 1, số hạng đầu của dãy là 10, số hạng cuối của dãy là 99*)

Tổng của dãy: 

**Bài 1:** Tính giá trị của  biết .

***Lời giải:***

Dãy số trên có số số hạng là (số hạng)

Giá trị của  là 

Đáp số: 

**Bài 3:** Cho dãy số: Tìm số hạng thứ  của dãy số trên?

*\*) Phân tích:**Từ công thức *

*Ta có: *

**

**

***Lời giải:***

Số hạng thứ 2014 của dãy số trên là 

Đáp số: 4028

**Bài 4:** Tính tổng  số lẻ liên tiếp biết số lẻ lớn nhất trong dãy đó là ?

*\*) Phân tích:* *Với dãy số tăng dần ta có:*

**

**

**

***Lời giải:***

Số hạng bé nhất trong dãy số đó là: 

Tổng của 50 số lẻ cần tìm là 

Đáp số: 98500

**Bài 5:** Một dãy phố có  nhà. Số nhà của  nhà đó được đánh là các số lẻ liên tiếp, biết tổng của  số nhà của dãy phố đó bằng . Hãy cho biết số nhà đầu tiên của dãy phố đó là số nào?

*\*) Phân tích: Dựa vào công thức với dãy số có quy luật tăng dần:*

*Bước 1: *

*Suy ra: *

*Bước 2: *

*Suy ra: *

Bài toán cho chúng ta biết số số hạng là 15, khoảng cách của 2 số hạng liên tiếp trong dãy là 2 và tổng của dãy số trên là 915. Từ bước 1 và 2 học sinh sẽ tính được hiệu và tổng của số nhà đầu và số nhà cuối. Từ đó ta hướng dẫn học sinh chuyển bài toán về dạng tìm số bé biết tổng và hiêu của hai số đó.

***Lời giải:***

Hiệu giữa số nhà cuối và số nhà đầu là 

Tổng của số nhà cuối và số nhà đầu là 

Số nhà đầu tiên trong dãy phố đó là  *(bài toán tổng hiệu quen thuộc)*

Đáp số: 47

**Bài 6:** Tính tổng của số lẻ liên tiếp đầu tiên.

*\*) Phân tích:*

Để giải bài toán ta cần xác định được quy luật cách đều của các số lẻ liên tiếp. Tuy nhiên các số hạng trong tổng đã biết nên ta chỉ cần áp dụng công thức tính tổng như đã nêu trong phương pháp

***Lời giải:***

Tổng 21 số lẻ liên tiếp đầu tiên là: 

*Cách 1:* Tính tổng theo công thức trong phương pháp

Các số hạng liên tiếp trong tổng cách đều nhau một giá trị  và trong tổng có 21 số hạng nên: 

*Cách 2:* Nhóm số hạng tạo thành những cặp số có tổng bằng nhau, ta thấy:

   

 Nếu ta sắp xếp các cặp số từ hai đầu dãy số vào, ta được các cặp số đều có tổng là 42

Số cặp số là:  (cặp số) dư một số hạng ở chính giữa dãy số là số 21

Vậy tổng của 19 số lẻ liên tiếp đầu tiên là: 

**Bài 7:** Tính tổng của .

*\*) Phân tích:*

Nhận thấy dãy số là dãy số tự nhiên cách đều. Khoảng cách giữa hai số hạng liền kề là 1. Để tính tổng  ta vận dụng cả bốn phương pháp đầu đã nêu đều được cụ thể ta có các cách giải sau:

***Lời giải:***

*Cách 1:* Tổng  có số số hạng là:  (số hạng)

Do đó ta có thể chia  thành 1010 cặp và dư 1 số hạng chẳng hạn số 2021











*Cách 2:*

Tổng  có số số hạng là: 

Tính tổng: 

*Cách 3:* Tính 

|  |  |
| --- | --- |
| + | (có 2021 số hạng)­­­­­­ |
|  |
| Do đó: | (có 2021 số hạng) |

****



*Cách 4:* Trước hết ta tách số hạng đầu tiên của  (là số 1) thành một hiệu trong đó có một số hạng là tích của hai số hạng liên tiếp trong tổng  (một thừa số là số hạng đầu tiên 1):



Từ đó ta có thể tách các số hạng còn lại của tổng A thành các hạng tử mà khi tính tổng A các hạng tử có thể triệt tiêu hàng loạt:



Do đó:





*Cách 5:* Từ cách phân tích để có lời giải cách 4 trên chúng ta cũng có thể nghĩ đến trình bày bài toán theo cách sau gọn hơn:















***Nhận xét*:** Ở cách 5 dùng phương pháp khử liên tiếp. Mỗi số hạng của A (chỉ có một thừa số ) và khoảng cách giữa hai số hạng là 1 ta đã nhân A với 2 lần khoảng cách

**Bài 8:** Tính tổng **.

***Lời giải:***

*Cách 1:*

Ta có: **

*Cách 2:* **

**

*Cách 3:*













**Bài 9:** Tính tổng **.

***Lời giải:***

Tổng  có: ** (số hạng)



**Bài 10:** Tính tổng **.

***Lời giải:***

Tổng  có: ** (số hạng)



**Bài 11:** Tính tổng **.

*\*) Phân tích:*

Đây là ví dụ mà các số hạng trong tổng vừa là số nguyên, vừa là phân số. Để tìm ra quy luật của các số hạng trong tổng ta cần viết các số nguyên trong tổng dưới dạng phân số có mẫu số là 2. Khi đó ta có tổng các phân số có cùng mẫu số, và tổng các tử số chính là tổng các số tự nhiên liên tiếp

***Lời giải:***

Ta có: **

Xét tổng ** là tổng của 19 số tự nhiên liên tiếp

**

Ta có tổng **.

**Bài 12:** Tính tổng **.

***Lời giải:***

Các số hạng cách đều nhau một giá trị **

Tổng này có ** số hạng **

**Bài 13:** Tính tổng **.

***Lời giải:***

Các số hạng cách đều nhau một giá trị **

Tổng này có ** số hạng

**

**Bài 14:** Tính tổng **.

***Lời giải:***

Tổng A có ** (số hạng)**

**Bài 15:** Cho .

a) Tính tổng  trên.

b) Tìm số hạng thứ 33 của tổng trên.

***Lời giải:***

+ Số hạng đầu là: 7 và số hạng cuối là: 99.

+ Khoảng cách giữa hai số hạng là: 2

+  có số số hạng được tính bằng cách 

Tổng của dãy: 

b) Số hạng thứ 33 của tổng trên là :

**Bài 16:** Cho dãy số 

a) Nêu quy luật của dãy số trên.

b) Viết tập hợp  gồm 5 số hạng liên tiếp của dãy số đó, bắt đầu từ số hạng thứ năm.

c) Tính tổng 100 số hạng đầu tiên của dãy số.

***Lời giải:***

Xét dãy số 

a) Quy luật: Dãy số cách đều với khoảng cách 5

b) 

c) Gọi số hạng thứ 100 của dãy là , ta có: 

. Do vậy tổng 100 số hạng đầu của dãy là:



**Bài 17:** Người ta viết liền nhau các số tự nhiên 

a) Hỏi các chữ số đơn vị của các số đứng ở hàng thứ bao nhiêu?

b) Chữ số viết ở hàng thứ là chữ số nào?

***Lời giải:***

Viết liền nhau các số tự nhiên 

a) 9 chữ số đầu tiên: .

44 số có hai chữ số tiếp theo: .

 Chữ số hàng đơn vị của số  ở hàng số: 

Tương tự, chữ số hàng đơn vị của số  ở hàng số ;

chữ số hàng đơn vị của số  ở hàng số .

b) Ta có: 

Khi đó số thứ 81 có 3 chữ số là: .

Chữ số viết ở hàng thứ là chữ số 1.

**Bài 18:** Tính tổng .

***Lời giải:***

Ta có 

Xét tổng  là tổng các số tự nhiên lẻ liên tiếp từ 1 đến 105, các số tự nhiên lẻ liên tiếp cách đều nhau 2 đơn vị

Tổng này có:  số hạng



Ta có tổng 

**Bài 19:** Tính tổng .

***Lời giải:***















*\*) Nhận xét*: Như vậy tùy từng dạng bài và mức độ tiếp thu kiến thức của mỗi học sinh, thầy cô có thể vận dụng linh hoạt các phương pháp giải sao cho học trò dễ nhớ, phù hợp.

*\*) Mở rộng:*Viết công thức tổng quát tính tổng dãy số tự nhiên liên tiếp cách đều sau: ******

***Lời giải:***

Bằng các cách tính tổng tương tự như bài toán 1 ta có:



Tuy nhiên có thể hướng dẫn học sinh chứng minh bằng phương pháp qui nạp:

- Khi  ta có:  đúng.

- Giả sử bài toán đúng với , nghĩa là:

- Ta xét:









Tức là bài toán đúng với .

Vậy với mọi số tự nhiên  khác , ta có:

*Nhận xét:* Ta có thể chứng minh  bằng phương pháp qui nạp sau đó áp dụng để tính các tổng có dạng đó.

**Dạng 2: Tổng có dạng **

**hoặc **

***I.Phương pháp giải***

*Bước 1:* Nhân vào hai vế của đẳng thức với số ta được:

 hoặc ****



Hoặc 

*Bước 2:* Lấy vế với vế ta được: 

Lấy  vế với vế ta được: 

***II.Bài toán***

**Bài 1:** Tính tổng .

*\*) Phân tích:* Kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng tiếp theo bằng số hạng đứng ngay trước nó nhân với 2. Do đó nếu ta nhân 2 vào tổng  thì ta có tổng  với các số hạng từ 2 đến  giống như trong tổng , khi đó nếu lấy số tổng  trừ đi tổng  thì các số hạng từ 2 đến  bị triệt tiêu và tính được tổng .

***Lời giải:***

Ta có: 

Nhân 2 vào tổng  ta được 



**Bài 2:** Tính tổng .

*\*) Phân tích:* Kể từ số hạng thứ nhất, mỗi số hạng tiếp theo bằng số hạng đứng ngay trước nó nhân với . Do đó nếu ta nhân 2 vào tổng thì ta có tổng  với các số hạng từ  đến , giống như trong tổng , khi đó nếu lấy tổng  trừ đi tổng  thì các số hạng từ  đến  bị triệt tiêu và tính được tổng .

***Lời giải:***

Ta có 



**Bài 2:** Tính tổng .

*\*) Phân tích:* Nhận thấy các số hạng từ  đến  đều có cùng tử số là 5, và kể từ số hạng  thì các số hạng tiếp theo bằng số hạng đứng ngay trước nó nhân với . Nếu nhân 7 vào tổng  thì ta được tổng  có các số hạng từ  đến  giống như trong tổng . Do đó nếu lấy tổng  trừ đi tổng  thì các số hạng từ  đến  bị triệt tiêu, từ đó tính được tổng .

***Lời giải:***

Ta có 



**Bài 3:** Tính tổng .

*\*) Phân tích:* Nếu quy đồng phân số bài toán thì khá phức tạp. Nhận thấy các số   đều chia hết cho 9, do đó ta sẽ phân tích các số này thành tích của 9 với một thừa số nào đó để xem có xuất hiện tổng theo quy luật  hay không, từ đó có hướng tính .

***Lời giải:***

Ta có 

Nhân 2 vào tổng  ta được: 

Nhân 18 vào tổng  ta được: 

Trừ tổng  cho tổng  ta được: 

**Bài 4:** Tính tổng .

Ta có 



**Bài 5:** Tính tổng .

***Lời giải:***

Ta có 



**Bài 6:** Tính tổng .

***Lời giải:***

Ta có 



**Bài 7:** Tính tổng .

***Lời giải:***

Ta có 



**Bài 8:** Tính tổng .

***Lời giải:***

Ta có 





**Bài 9:**  Tính tổng .

\*) Phân tích: là tổng của một dãy số mà các số hạng không cách đều. Nhận thấy mỗi số hạng đứng sau (kể từ số hạng thứ hai) trong tổng  đều bằng số hạng đứng trước nhân với 2. Ta tính , từ đó tìm được .

***Lời giải:***







\*) Mở rộng:Viết công thức tổng quát tính

 

\*) Hướng dẫn giải:

Ta có: 

Ta có công thức tổng quát: 

*\*) Khai thác các bài toán liên quan:*

a) Viết công thức tính .

b) Chứng minh rằng:  chia hết cho 2014.

***Lời giải:***

a) Từ kết quả bài toán mở rộng: 

Từ đó ta có công thức: .

b) Nhận thấy. Với công thức đã tìm được ở câu , hơn nữa ta thấy  có giá trị là số nguyên nên.









Vậy ****.

**Bài 10:** Tính tổng . Tìm chữ số tận cùng của.

*\* Phân tích:*Với nhận xét trên ta nghĩ đến tìm ra hướng giải cho bài toán 5 như sau:

***Lời giải:***

+ Hướng giải 1:Nhận thấy có  số hạng

****



Ta có  

Mà  có chữ số tận cùng là 4 (Vì  có chữ số tận cùng là 1) 

Từ và  suy ra  có chữ số tận cùng là 4.

+ Hướng giải 2:Ta có:







Ta thấy  có chữ số tận cùng là 8

  có chữ số tận cùng là 4 hoặc 9.

Mà  có 50 số hạng, mỗi số của  là một số lẻ nên  là số chẵn. Do đó  có chữ số tận cùng là 4.

**Dạng 3: Tổng có dạng **

**hoặc** 

***I.Phương pháp giải***

*Bước 1:* Nhân vào hai vế của đẳng thức với số  ta được: 

Hoặc 

*Bước 2:* Lấy  theo vế ta được  (theo 1 và 3)

 (theo 2 và 4)

***II.Bài toán***

**Bài 1:** Tính tổng .

*\*) Phân tích:* Nhận thấy, kể từ số hạng thứ hai thì mỗi số hạng tiếp theo bằng số hạng đứng ngay trước nó nhân với . Nếu ta nhân  vào tổng , ta được tổng  có các số hạng từ đến  trừ cho tổng  thì các số hạng từ  đến  bị triệt tiêu và sẽ tính được tổng 

***Lời giải:***

Ta có 

Nhân  vào tổng  ta được: 



**Bài 2:** Tính tổng .

*\*) Phân tích:* Nhận thấy, kể từ số hạng thứ hai thì mỗi số hạng tiếp theo bằng số hạng đứng ngay trước nó nhân với . Nếu ta nhân  vào tổng , ta được tổng  có các số hạng từ  đến  giống như trong tổng . Khi đó ta lấy tổng  trừ đi tổng  thì các số hạng tử  đến  bị triệt tiêu và sẽ tính được tổng 

***Lời giải:***

Ta có:









**Bài 3:** Tính tổng .

***Lời giải:***

Ta có 



**Bài 4:** Tính tổng .

***Lời giải:***

Ta có 



**Bài 5:** Tính tổng .

***Lời giải:***

Ta có:







**Dạng 4: Tổng có dạng  hoặc **

***I.Phương pháp giải***

*Bước 1:* Nhân  vào tổng  ta được: 

 

*Bước 2:* Lấy  trừ đi tổng  vế theo vế ta được:

 (theo 1 và 3)

 (theo 2 và 4)

***II.Bài toán***

**Bài 1:** Tính tổng .

*\*) Phân tích:* Nhận thấy, kể từ số hạng thứ hai thì mỗi số hạng tiếp theo bằng số hạng đứng ngay trước nó nhân với . Nếu ta nhân  vào tổng S, ta được tổng  có các số hạng từ . Đến  giống như trong tổng . Khi đó ta lấy tổng  trừ cho tổng  thì các số hạng từ  đến  bị triệt tiêu và sẽ tính được tổng .

***Lời giải:***

Ta có 





**Bài 2:** Tính tổng .

*\*) Phân tích:* Nhận thấy, kể từ số hạng thứ hai thì mỗi số hạng tiếp theo bằng số hạng đứng ngay trước nó nhân với . Nếu ta nhân  vào tổng , ta được tổng  có các số hạng từ Đến  giống như trong tổng . Khi đó ta lấy tổng  trừ cho tổng  thì các số hạng từ  đến  bị triệt tiêu và sẽ tính được tổng .

***Lời giải:***

Ta có 



**Bài 3:** Tính tổng .

***Lời giải:***

Ta có 



Vậy 

**Bài 4:** Tính tổng .

***Lời giải:***

Ta có 



**Bài 5:** Tính tổng .

***Lời giải:***

Ta có 



Vậy 

**Dạng 5: Tổng có dạng** 

**hoặc .**

***I. Phương pháp giải***

- Xét tổng , vì khoảng cách giữa 2 thừa số trong mỗi số hạng bằng 1  Nhân vào hai vế của đẳng thức với 3 lần khoảng cách (nhân với 3) ta được:





- Xét tổng 









Với  là tổng các số tự nhiên liên tiếp

 (đã tính ở trên)

***II.Bài toán***

**Bài 1:** Tính tổng .

***Lời giải:***

*Cách 1:* Thực hiện phép tính:



*Cách 2:*Áp dụng phương pháp khử liên tiếp.



Vậy .

*Cách 3:*





*Cách 4:*













*Khai thác:*Từ việc tính được tổng  theo cách 2 hoặc 3 kết hợp với việc tính theo cách 4, ta sẽ tính được tổng các bình phương của dãy số lẻ liên tiếp. Ví dụ:



Qua đây chúng ta sẽ có hướng nghiên cứu dạng toán tính tổng các bình phương của dãy số lẻ cách đều.

*Nhận xét:* Qua cách giải bằng phương pháp khử liên tiếp ở bài toán 1 đã nhân hai vế của biểu thức với 1 số xác định là:

*(Số các thừa số của tích* *) . Khoảng cách giữa hai thừa số*

*Mở rộng:* Viết công thức tổng quát tính:



*Hướng giải:*Dự đoán 

Chứng minh: Dùng phương pháp quy nạp

+ Với **. Vế trái: . Vế phải 

Suy ra vế trái bằng vế phải. Vậy bài toán đúng với **.

+ Giả sử bài toán đúng với **  tức là ta đã có:



*+* Ta phải chứng minh bài toán đúng với . Thật vậy:





Vậy 

**Bài 2:** Tính tổng .

***Lời giải:***

Ta có 









**Bài 3:** Tính tổng .

***Lời giải:***

Ta có 







**Dạng 6: Tổng có dạng**  

***I. Phương pháp giải***

Áp dụng công thức tính tổng ở dạng 5 là 

Ta có 



Với: 



Trong đó tổng  đã tính trong dạng 5 và tổng  tính trong dạng 1



***II.Bài toán***

**Bài 1:** Tính tổng .

***Lời giải:***

*Cách 1:* 



*Cách 2:*

   

Ta thấy:



Do đó .

*Nhận xét:* Theo cách 2 ta có 

*Mở rộng:*Viết công thức tổng quát tính với mọi

a) 

b) 

Ta có công thức:

a) 

b) 

**Bài 2:** Tính tổng .

***Lời giải:***

Ta có 



Lại có 





**Bài 3:** Tính tổng .

***Lời giải:***

Ta có 



Trong đó 



Vậy 

**Bài 4:** Tính tổng .

***Lời giải:***

Áp dụng tổng 



 mà theo dạng 5 thì ta có 



**Bài 5:** Tính tổng .

***Lời giải:***

Áp dụng tổng 







 mà theo dạng 5 thì ta có 

.

**Dạng 7: Tổng có dạng  (k chẵn và k là số tự nhiên)**

***I.Phương pháp giải***

Áp dụng công thức tính tổng ở dạng 5 là









\*) Chú ý: Tính từ số hạng  đến số hạng  mà số số hạng là chẵn (tức là số số hạng của tổng  là số lẻ) thì ta có thể ghép đủ cặp như trên, còn số số hạng là lẻ (tức là số số hạng của tổng  là số chẵn) thì khi ghép cặp số ta còn thừa ra số hạng .

 mà theo dạng 5 thì tổng 

***II.Bài toán***

**Bài 1:** Tính tổng 

***Lời giải:***

Áp dụng tổng 

Tổng này có 19 số hạng nên ta thêm số hạng  ta được tổng có 20 số hạng và ghép được đủ 10 cặp số

Ta có 









, theo dạng 5 ta có 

Vậy 

**Bài 2:** Tính tổng ****

***Lời giải:***

Áp dụng tổng 

Tổng này có 49 số hạng nên ta thêm số hạng  ta được tổng có 50 số hạng và ghép được đủ 25 cặp số

Ta có 









, theo dạng 5 ta có 

Vậy ****

**Bài 3:** Tính tổng ****

***Lời giải:***

Áp dụng tổng 

Tổng này có 99 số hạng nên ta thêm số hạng  ta được tổng có 100 số hạng và ghép được đủ 50 cặp số

Ta có 









, theo dạng 5 ta có 

Vậy ****

**Bài 4:** Tính tổng 

***Lời giải:***

Áp dụng tổng 

Tổng này có 23 số hạng nên ta thêm số hạng  ta được tổng có 24 số hạng và ghép được đủ 12 cặp số

Ta có 









, theo dạng 5 ta có 

Vậy ****

**Bài 5:** Tính tổng

***Lời giải:***

Áp dụng tổng 

Tổng này có 57 số hạng nên ta thêm số hạng  ta được tổng có 58 số hạng, và ghép được đủ 29 cặp số

Ta có 









, theo dạng 5 ta có:





Vậy 

**Bài 6:** Tính tổng

***Lời giải:***

Áp dụng tổng 

Tổng này có 41 số hạng nên ta thêm số hạng  ta được tổng có 42 số hạng, và ghép được đủ 21 cặp số

Ta có 









, theo dạng 5 ta có:





Vậy 

**Bài 7:** Tính tổng 

***Lời giải:***

Áp dụng tổng 

Tổng này có 101 số hạng nên ta thêm số hạng  ta được tổng có 102 số hạng, và ghép được đủ 51 cặp số

Ta có 









, theo dạng 5 ta có:





Vậy 

**Bài 8:** Tính tổng

***Lời giải:***

Áp dụng tổng 

Tổng này có 41 số hạng nên ta thêm số hạng  ta được tổng có 42 số hạng, và ghép được đủ 21 cặp số

Ta có 









, theo dạng 5 ta có:





Vậy 

**Bài 9:** Tính tổng 

***Lời giải:***

Áp dụng tổng 

Tổng này có 99 số hạng, nên khi thêm số hạng  ta được tổng có 100 số hạng, và ghép được đủ 50 cặp số









Theo dạng 5 ta có 



Vậy 

**Bài 10:** Tính tổng 

***Lời giải:***

Áp dụng tổng 

Tổng này có 2009 số hạng, nên khi thêm số hạng  ta được tổng có 2010 số hạng, và ghép được đủ 1005 cặp số







Theo dạng 5 ta có 



Vậy 

**Dạng 8: Tổng có dạng  ( là số tự nhiên lẻ )**

***I.Phương pháp giải***

Áp dụng công thức tính tổng ở dạng 5 là











 theo dạng 5 ta có 

Áp dụng tính:  xét 



***II.Bài toán***

**Bài 1:** Tính tổng 

***Lời giải:***

Áp dụng tổng









 mà theo dạng 5 ta có 



Vậy 

**Bài 2:** Tính tổng 

***Lời giải:***

Áp dụng tổng







 mà theo dạng 5 ta có 



Vậy 

**Bài 3:** Tính tổng 

***Lời giải:***

Áp dụng tổng







 mà theo dạng 5 ta có 



Vậy 

**Bài 4:** Tính tổng 

***Lời giải:***

Áp dụng tổng







 mà theo dạng 5 ta có 



Vậy 

**Bài 5:** Tính tổng 

***Lời giải:***

Áp dụng tổng









 mà theo dạng 5 ta có 



Vậy 

**Bài 6:** Tính tổng 

***Lời giải:***

Áp dụng tổng







 mà theo dạng 5 ta có 



Vậy 

**Bài 7:** Tính tổng 

***Lời giải:***

Áp dụng tổng





 theo dạng 5 ta có: 



Vậy 

**Bài 8:** Tính tổng 

***Lời giải:***

Áp dụng tổng









 theo dạng 5 ta có: 



Vậy 

**Bài 9:** Tính tổng

***Lời giải:***

Ta có



Áp dụng tổng





 theo dạng 5 ta có 



Áp dụng tổng







Theo dạng 5 ta có 

Khi đó 

Vậy 

**Bài 10:** Biết  .Tính tổng 

***Lời giải:***

Ta có 



**Dạng 9: Tổng có dạng**  Với 

***I. Phương pháp giải***

- Với 





Tổng , tính theo dạng 6 và 7

, tính theo dạng 1

- Với 

Nhân cả 2 vế với  rồi tách  ở mỗi số hạng để tạo thành các số hạng mới tự triệt tiêu.

***II. Bài toán***

**Bài 1:** Tính tổng 

***Lời giải:***

Ta có: 



Đặt 

Ta có tổng B có dạng 

Với , ta có 



Vậy 

**Bài 2:** Tính tổng 

***Lời giải:***

Ta có: 



Đặt 

Ta có tổng B có dạng 

Với , ta có 



Vậy 

**Bài 3:** Tính tổng 

***Lời giải:***

Ta có: 



Đặt 

Ta có tổng B có dạng 

Với , ta có 



Vậy 

**Bài 4:** Tính tổng ****

***Lời giải:***

Vì khoảng cách giữa hai thừa số trong mỗi số hạng bằng 3, nhân cả 2 vế với 9 ta được:



Vậy 

**Bài 5:** Tính tổng ****

***Lời giải:***

Vì khoảng cách giữa hai thừa số trong mỗi số hạng bằng 3, nhân cả 2 vế với 9 ta được:







Vậy 

**Bài 6:** Tính tổng ****

***Lời giải:***

Ta có 



Đặt 

Tổng có dạng 

Với 



Vậy 

**Bài 7:** Tính tổng ****

***Lời giải:***

Ta có





Đặt 

Tổng B có dạng 

Với 



Vậy 

**Bài 8:** Tính tổng ****

***Lời giải:***

Ta có





Đặt 

Tổng B có dạng 

Với 



Vậy 

**Bài 9:** Tính tổng ****

***Lời giải:***

Vì khoảng cách giữa hai thừa số trong mỗi số hạng bằng 4 (trừ ra số hạng cuối cùng)

Nhân cả 2 vế với 12 ta được







Vậy 

**Dạng 10: Tính tổng có dạng** 

***I.Phương pháp giải***

Nhân cả hai vê với , rồi tách  ở mỗi số hạng trong tổng để số hạng trước và số hạng sau tạo thành những số tự triệt tiêu nhau



***II.Bài toán***

**Bài 1:** Tính tổng ****

***Lời giải:***

Ta có khoảng cách giữa các thừa số bằng 1, nên nhân cả 2 vế với 4 ta được:







Vậy 

**Bài 2:** Tính tổng ****

***Lời giải:***

Ta có khoảng cách giữa các thừa số bằng 1, nên nhân cả 2 vế với 4 ta được:







Vậy 

**Bài 3:** Tính tổng ****

***Lời giải:***

Ta có khoảng cách giữa các thừa số bằng 1, nên nhân cả 2 vế với 4 ta được:







Vậy 

**Bài 4:** Tính tổng ****

***Lời giải:***

Ta có khoảng cách giữa các thừa số bằng 2, nên nhân cả 2 vế với 8 ta được:









Chia cả 2 vế cho 8 ta được: 

Vậy 

**Bài 5:** Tính tổng ****

***Lời giải:***

Ta có khoảng cách giữa các thừa số bằng 2, nên nhân cả 2 vế với 8 ta được:







Chia cả 2 vế cho 8 ta được: 

Vậy 

**Bài 6:** Tính tổng 

***Lời giải:***

Nhân hai vế với 5 ta được 







Vậy 

**Dạng 11: Tính tổng có dạng** 

***I.Phương pháp giải***

- Với  thì



- Với  thì 

- Với dạng toán phức tạp hơn như:

1) Nếu số hạng có dạng , thì ta dùng công thức

 để viết mỗi số hạng thành hiệu của hai phân số

2) Nếu số hạng có dạng  thì ta dùng công thức

 sau đó áp dụng tiếp công thức trong phần 1.

***II.Bài toán***

**Bài 1:** Tính tổng ****

***Lời giải:***

***Ta có:***





Vậy 

**Bài 2:** Tính tổng ****

***Lời giải:***

Ta có:





Vậy 

**Bài 3:** Tính tổng ****

***Lời giải:***

Ta có:



******

Vậy 

**Bài 4:** Tính tổng ****

***Lời giải:***

***Ta có:*** 





Vậy 

**Bài 5:** Tính tổng ****

***Lời giải:***

Ta có 



Vậy 

**Bài 6:** Tính tổng 

***Lời giải:***

Xét



Vậy 

**Bài 7:** Tính tổng ****

***Lời giải:***

Ta có 





Vậy 

**Bài 8:** Tính tổng ****

***Lời giải:***

Ta có 





Vậy 

**Bài 9:** Tính tổng 

***Lời giải:***

Ta có 



Vậy 

**Bài 10:** Tính tổng ****

***Lời giải:***

Ta có 



Vậy 

**Bài 11:** Tính tổng ****

***Lời giải:***

Ta có 







Vậy 

**Bài 12:** Tính tỉ số  biết ****



***Lời giải:***

Ta có







Vậy 

**Bài 13:** Tính tỉ số  biết ****

****

***Lời giải:***

Ta có



.

Vậy 

**Bài 14:** Tính tỉ số  biết ****

****

***Lời giải:***

Ta có

****



****

****

.

Vậy 

**Bài 15:** Tính tổng ****

***Lời giải:***

Ta có 

Xét 



Khi đó 

Vậy 

**Dạng 12: Tính tổng có dạng**  ***Với*** 

***I.Phương pháp giải***

Áp dụng tổng 

Trong mỗi số hạng, tách thừa số đầu và thừa số sau theo tổng và hiệu của thừa số giữa với 1.

Áp dụng công thức  để nhân các số sau khi tách

Ta có: 





Theo dạng 10 ta tính được



Theo dạng 1 ta tính được 

Vậy 

***II.Bài toán***

**Bài 1:** Tính tổng ****

***Lời giải:***

Ta có 





Theo dạng 10 ta tính được 

Khi đó 

Vậy 

**Bài 2:** Tính tổng 

***Lời giải:***

Ta có 

Vậy 

**Bài 3:** Tính tổng ****

***Lời giải:***

Ta có 

Vậy 

**Bài 4:** Tính tổng ****

***Lời giải:***

Ta có :



Vậy 

**Bài 5:** Tính tổng ****

***Lời giải:***

Ta có :



Vậy 

**Bài 6:** Tính tổng ****

***Lời giải:***

Ta có :



Vậy 

**PHẦN III.BÀI TOÁN THƯỜNG GẶP TRONG ĐỀ HSG.**

**Bài 1:** Tính ****

( Đề khảo sát HSG toán 6 huyện Yên Mô năm học 2020 - 2021)

***Lời giải:***

Ta có











Vậy 

**Bài 2:** Tính ****

***Lời giải:***

Từ 1 đến 50 có số số hạng là  (số hạng)



Vậy 

**Bài 3:** Tính ****

( Đề khảo sát HSG toán 6 Quận Hà Đông năm học 2020 - 2021)

***Lời giải:***

Ta có:





****

****

Vậy ****

**Bài 4:** Tính ****

( Đề khảo sát HSG toán 6 Nam Trực năm học 2020 - 2021)

***Lời giải:***

Ta có:

****



****

Vậy ****

**Bài 5:** Tính 

( Đề khảo sát HSG toán 6 Yên Định năm học 2020 - 2021)

***Lời giải:***

Ta có











Vậy 